

Interfacial stresses analysis of FGM porous structures bonded with FRP plates

Analyse des contraintes d'interface des structures poreuse en matériau FGM renforcées par des plaques FRP

A. CHEDAD¹, N. ELMEICHE^{1,2}

¹Université Mustapha stambouli, département de génie civil, Mascara, Algérie.

²Laboratoire de génie civil et environnement, LGCE, Sidi Bel Abbes, Algérie.

Abstract. This paper presents a method for determining the interfacial stresses in an adhesive joint between a strengthening plate and a functionally graded beam. The beam is assumed to be isotropic with a constant poisson's ratio. The present method is based on the deformation compatibility principle taking into account the neutral axis position of the FG beam. A power law for the distribution of the mechanical characteristic with a uniform and non-uniform porosity distribution is presented. A parametric study is presented to show the effect of some parameters on the distribution of stresses in the adhesive joint between the plat and the beam.

Keywords. Interfacial stresses, FGM beam, porosity.

Résumé. Ce travail présente une méthode pour déterminer les contraintes d'interface au niveau de la couche d'adhésive entre une plaque en FRP et une poutre FGM, la poutre est considérée isotropique avec un coefficient de poisson constant. La présente méthode pour modéliser les contraintes d'interface est basée sur le principe de compatibilité des déformations en tenant compte de la position de l'axe neutre de la poutre FGM, la loi qui décrit la distribution des caractéristiques mécaniques de la poutre en considérant une distribution uniforme et non uniforme de la porosité est présentée. Une étude paramétrique est présentée afin d'examiner l'effet des différents paramètres régissant la distribution des contraintes d'interface au niveau de l'interface poutre-composite.

Mots clés. Contraintes d'interface, poutre FGM, porosité.

1 Introduction

La présence de dégradations dans un élément est liée à la perte des caractéristiques mécanique, et pour assurer l'intégrité de la structure les éléments endommagés doivent être remplacé ou réparé, cependant dans plusieurs cas le remplacement de ces éléments est impossible ou couteux, donc le renforcement extérieur des éléments par des plaques semble être la solution la plus efficace pour prolonger la durée de vie de la structure dans ces cas.

Le comportement de l'interface entre une poutre et la plaque FRP peut être influencé par plusieurs facteurs comme les propriétés et la géométrie de la poutre, du FRP et de la couche adhésive. Le rôle de L'interface est le

transfert des contraintes de la poutre à la plaque FRP, par conséquent, une compréhension complète sur l'état de contrainte et le mécanisme de transfert de contrainte à l'interface sont nécessaires pour la conception et la mise en œuvre des structures renforcées.

Les contraintes d'interfaces des poutres renforcées ont été étudiées par des méthodes expérimentales et théoriques. Les essais expérimentaux ont été appliqués pour examiner les contraintes d'interface [1-2]. Cependant, l'essai expérimental des champs de contrainte d'interface semble être difficile en raison de la distribution compliquée des contraintes locales.

Plusieurs solutions analytiques ont été développées pendant ces dernières années pour la détermination et la

modélisation des contraintes d'interface dans les poutres renforcées par des plaques métalliques ou en matériaux composites. Vilnay[3], Taljsten[4], Malek [5], Smith et teng[6], Tounsi [7] ont considéré la compatibilité de déformation pour déterminer les contraintes d'interface, les contraintes d'interface sont en fonction des déplacements longitudinaux et verticaux de la partie inférieure de la poutre et la partie supérieure de la plaque. Lau et al [8] ont introduit un modèle théorique pour estimer les contraintes d'interface pour différentes orientations des fibres, smith et teng[6] ont présenté une solution applicable pour différents type de chargement et qui semble être précise. Shen et al [9] ont proposé une approche énergétique complémentaire pour la détermination de ces contraintes. Tounsi [7] a développé une nouvelle solution théorique pour la détermination des contraintes d'interface dans une poutre en béton renforcée par une plaque de composite en prenant en compte les déformations des adhérents dues aux cisaillements.

Le présent travail a pour but de développer une procédure pour prédire les contraintes d'interface d'une poutre FGM renforcée par FRP avec une précision raisonnable en se basant sur le modèle de Meradjah [10]. Finalement une étude paramétrique sera présentée pour montrer l'influence de certains paramètres.

2 Hypothèse de la présente méthode

Dans la présente analyse, et en vue de la détermination des contraintes d'interface au niveau de la couche d'adhésif, le modèle théorique développé est basé sur les hypothèses suivantes :

- La poutre en FGM "figure 1", la couche d'adhésif et la plaque FRP ont un comportement élastique linéaire.
- Les contraintes au niveau de la couche d'adhésif sont constantes à travers l'épaisseur de cette couche.
- La poutre FGM est orthotrope dans tous les points
- Les déformations de cisaillement dans la poutre et dans la plaque sont négligées
- La poutre est parfaitement collée avec la plaque.
- L'adhésif a pour rôle le transfert des contraintes de la poutre à la plaque.

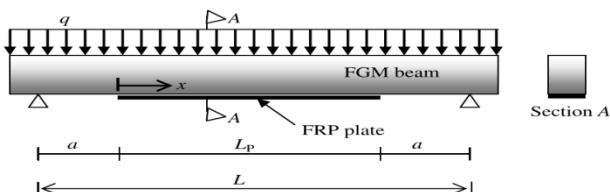


Fig. 1. Poutre FGM renforcée par une plaque FRP.

3 Formulation mathématique

Nous allons suivre la théorie des poutres Euler–Bernoulli qui suppose que les sections planes restent planes après

déformation, donc les déplacements sont exprimés comme :

$$u(x, z) = u_0(x) - z \frac{dw}{dx} \text{ et } w(x, z) = w_0(x) \quad (01)$$

Le tenseur de déformation est exprimé comme :

$$\epsilon_x = u_{,x}^0(x) - z w_{,xx}^0(x) = \epsilon_0 + z k \quad (02)$$

La relation entre la déformation (équation (02)) et la contrainte est exprimée par :

$$\sigma_x = E(z) \epsilon_x \quad (03)$$

Le module de Young est supposé variable dans la direction de l'épaisseur et il est exprimé comme :

$$E(z) = E_L + (E_U - E_L) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^P - \frac{(E_U - E_L) \alpha}{2} \quad (04a)$$

$$E(z) = E_L + (E_U - E_L) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^P - (E_U - E_L) \alpha / 2 \left(1 - \frac{2zh}{h} \right) \quad (04b)$$

Ou : L représente inférieur (de l'anglicisme Lower)

U représente supérieur (de l'anglicisme Upper)

P : L'indice de degré d'homogénéité

α : L'indice de porosité

La force axiale et le moment fléchissant résultant N et M, sont définis par la théorie des poutres Euler-Bernoulli:

$$(N, M) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x(1, z) dz \quad (05)$$

En substituant l'équation (02) et (03) dans l'équation (05), une relation entre la force, le moment et la déformation est dérivée comme suit:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_0 \\ k \end{Bmatrix} \quad (06)$$

Les coefficients A, B et D sont donnés par :

$$(A, B, D) = \int_{-h/2}^{h/2} E(z) (1, z, z^2) dz \quad (07)$$

La relation inverse de l'équation (06) est :

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_0 \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ B^* & D^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (08)$$

Quand l'effort normal est nul (N=0), la déformation peut s'écrire comme suit :

$$\epsilon_0 = B^* M, k = D^* M \quad (09)$$

En substituant dans les équations (02) et (03) la contrainte axiale dans la poutre FGM prend la forme :

$$\sigma_x = E(z) M [B^* + z D^*] \quad (10)$$

De l'équation (10) on tire la position de l'axe neutre :

$$z_{NA} = - \frac{B^*}{D^*} \quad (11)$$

3.1 Les contraintes de cisaillement dans la couche d'adhésive

Les contraintes de cisaillement au niveau de la couche d'adhésive est donnés par :

$$\tau_a(x) = \frac{G_a}{t_a} [u_p(x) - u_b(x)] \quad (12)$$

Où G_a, t_a, u_b , et u_p sont respectivement le module de cisaillement, l'épaisseur de l'adhésive, le déplacement longitudinal a la surface inférieure de la poutre FGM, le déplacement longitudinal a la surface supérieure de la plaque.

En dérivant l'équation (12) on obtient :

$$\frac{d\tau_a(x)}{dx} = \frac{G_a}{t_a} [\varepsilon_p(x) - \varepsilon_b(x)] \quad (13)$$

Où

$$\frac{du_b(x)}{dx} = \varepsilon_b(x) \text{ et } \frac{du_p(x)}{dx} = \varepsilon_p(x) \quad (14)$$

En utilisant les équations (02) et (08), La déformation à la surface inférieure de la poutre FGM est :

$$\varepsilon_b(x) = -\frac{1}{b} \left[A^* + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) B^* \right] N_b(x) + \frac{1}{b} \left[B^* + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) D^* \right] M_b(x) \quad (15)$$

La déformation à la surface supérieure de la plaque est exprimée comme suit :

$$\varepsilon_p(x) = -\frac{t_p}{2E_p I_p} M_p(x) + \frac{N_p(x)}{E_p A_p} \quad (16)$$

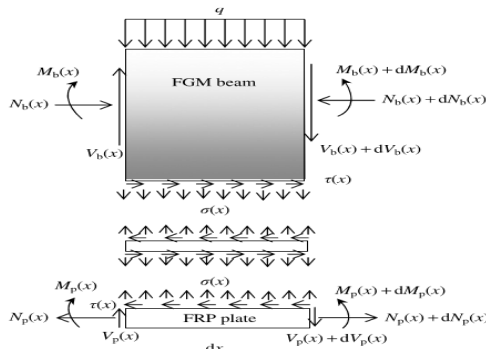


Fig. 2. Segment élémentaire d'une poutre FGM renforcée par une plaque FRP.

En appliquant les conditions d'équilibre on obtient :

$$\frac{dN_b(x)}{dx} = \frac{dN_p(x)}{dx} = b\tau(x) \quad (17)$$

Où

$$N(x) = N_b(x) = N_p(x) = b \int_0^x \tau(x) dx \quad (18)$$

La relation de moment des deux adhérents est exprimée comme :

$$M_b(x) = \frac{b}{D^* E_p I_p} M_p(x) - \frac{B^*}{D^*} N_b(x) \quad (19)$$

L'équilibre des moments dans un segment différentiel "figure 2" donne :

$$M_T(x) = M_b(x) + M_p(x) + N(x) \left[\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) \right] \quad (20)$$

Le moment de flexion dans la poutre et dans la plaque de renforcement sont exprimés comme des fonctions du moment total appliqué et de la contrainte de cisaillement d'interface :

$$M_b(x) = \frac{b}{b+D^* E_p I_p} \left[M_T(x) - N(x) \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) + \frac{E_p I_p}{b} B^* \right) \right] \quad (21)$$

$$M_p(x) = \frac{D^* E_p I_p}{b+D^* E_p I_p} \left[M_T(x) - N(x) \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) + z_{NA} \right) \right] \quad (22)$$

Le premier dérivé des moments fléchissant dans chaque adhérent est :

$$\frac{dM_b(x)}{dx} = \frac{b}{b+D^* E_p I_p} \left[V_T(x) - b\tau(x) \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) + \frac{E_p I_p}{b} B^* \right) \right] \quad (23)$$

$$\frac{dM_p(x)}{dx} = \frac{D^* E_p I_p}{b+D^* E_p I_p} \left[V_T(x) - b\tau(x) \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) + z_{NA} \right) \right] \quad (24)$$

En substituant l'équation (15) et (16) dans l'équation (13), après la dérivation on obtient :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} = \frac{G_a}{t_a} \left[\frac{1}{E_p A_p} \frac{dN_p(x)}{dx} - \frac{t_p}{2E_p I_p} \frac{dM_p(x)}{dx} + \frac{1}{b} \left(A^* + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] B^* \right) \frac{dN_b(x)}{dx} - \frac{1}{b} \left(B^* + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] D^* \right) \frac{dM_b(x)}{dx} \right] \quad (25)$$

La substitution de l'effort tranchant (23) et (24) et l'effort normal (18) dans l'équation (25) nous permet d'obtenir l'équation différentielle des contraintes d'interface de cisaillement :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} + \frac{G_a}{D^* E_p I_p + b} \left[\frac{t_p}{2} D^* + \left(B^* + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] D^* \right) \right] V_T(x) + \frac{G_a}{t_a} \left[\frac{b}{E_p A_p} + \frac{t_p D^* b}{2(D^* E_p I_p + b)} \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) - \frac{B^*}{D^*} \right) + A^* + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] B^* + \frac{b}{b+D^* E_p I_p} \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] + \frac{E_p I_p}{b} B^* \right) \times \left(B^* + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] D^* \right) \right] \tau(x) = 0 \quad (26)$$

La solution générale de l'équation différentielle (26) est donnée par :

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x) \quad (27)$$

Où

$$\lambda^2 = \frac{G_a}{t_a} \left[\frac{b}{E_p A_p} + \frac{t_p D^* b}{2(D^* E_p I_p + b)} \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] - \frac{B^*}{D^*} \right) + A^* + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] B^* + \frac{b}{b+D^* E_p I_p} \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] + \frac{E_p I_p}{b} B^* \right) \times \left(B^* + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] D^* \right) \right] \quad (28)$$

Et

$$m_1 = \frac{G_a}{t_a} \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{b+D^* E_p I_p} \left[\frac{t_p}{2} D^* + \left(B^* + \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] D^* \right) \right] \quad (29)$$

Pour une charge uniformément repartie, l'effort tranchant est donnée par :

$$V_T(x) = q \left(\frac{L}{2} - x - a \right) \quad (30)$$

B_1 et B_2 sont des constantes déterminées à partir des conditions aux limites.

$$M_b(0) = M_T(0) = \frac{qa}{2} (L - a) \quad (31)$$

En substituant les équations (15) et (16) dans l'équation (13), et en appliquant les conditions aux limites :

$$\frac{d\tau(0)}{dx} = -m_2 M_T(0) \quad (32)$$

Où

$$m_2 = \frac{1}{b} \left[B^* + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) D^* \right] \frac{G_a}{t_a} \quad (33)$$

En substituant l'équation (27) dans l'équation (32), B_2 est exprimé par :

$$B_2 = -\frac{m_2}{\lambda} \frac{q a}{2} (L - a) + \frac{m_1}{\lambda} q \quad (34)$$

B_1 est donné par :

$$B_1 = \frac{m_2}{\lambda} \frac{q a}{2} (L - a) \tanh\left(\frac{\lambda L_P}{2}\right) - \frac{m_1}{\lambda} q \tanh\left(\frac{\lambda L_P}{2}\right) \quad (35)$$

Dans le cas où $\frac{\lambda L_P}{2} > 10$, $\tanh\left(\frac{\lambda L_P}{2}\right) \approx 1$, l'expression de B_1 est simplifiée comme suit :

$$B_1 = \frac{m_2}{\lambda} \frac{q a}{2} (L - a) - \frac{m_1}{\lambda} q = -B_2 \quad (36)$$

En substituant B_1 et B_2 dans l'équation (27), on obtient la fonction qui exprime la distribution des contraintes de cisaillement :

$$\tau(x) = \left[\frac{m_2 a}{2} (L - a) - m_1 \right] \frac{q e^{-\lambda x}}{\lambda} + m_1 q \left(\frac{L}{2} - a - x \right) \quad (37)$$

3.2 Les contraintes normales dans la couche d'adhésive

Lorsque la poutre est chargée, une séparation verticale se produit entre la poutre et la plaque. Cela crée des contraintes normales d'interface dans la couche d'adhésif. Cette contrainte normale est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma(x) = \frac{E_a}{t_a} [w_p(x) - w_b(x)] \quad (38)$$

Où $w_b(x)$ et $w_p(x)$ sont respectivement les déplacements verticaux de la poutre et de la plaque, l'équilibre de la poutre et de la plaque en négligeant les termes de deuxième ordre on obtient :

La poutre :

$$\frac{d^2 w_b(x)}{dx^2} = -\frac{1}{b} B^* N_b(x) - \frac{1}{b} D^* M_b(x) \quad (39)$$

$$\frac{dM_b(x)}{dx} = V_b(x) - \tau(x) b \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] \quad (40)$$

$$\frac{dV_b(x)}{dx} = -\sigma(x) b - q \quad (41)$$

La plaque :

$$\frac{d^2 w_p(x)}{dx^2} = -\frac{1}{E_p I_p} M_p(x) \quad (42)$$

$$\frac{dM_p(x)}{dx} = V_p(x) - \tau(x) b \frac{t_p}{2} \quad (43)$$

$$\frac{dV_p(x)}{dx} = \sigma(x) b \quad (44)$$

En se basant sur les équations d'équilibre, les équations différentielles des déformations (déflexions) de

l'adhérent 1 et 2 en termes des contraintes d'interface normales et de cisaillement sont données comme suit :

La poutre :

$$\frac{d^4 w_b(x)}{dx^4} = -B^* \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{1}{b} D^* \left[-\sigma(x) b - q - b \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] \frac{d\tau(x)}{dx} \right] \quad (45)$$

La plaque :

$$\frac{d^4 w_p(x)}{dx^4} = -\frac{1}{E_p I_p} \left[b\sigma(x) + \frac{t_p}{2} b \frac{d\tau(x)}{dx} \right] \quad (46)$$

En substituant les équations (45) et (46) dans la quatrième dérivée des contraintes normales d'interface obtenues à partir de l'équation (38), nous aurons l'équation différentielle des contraintes normales d'interface :

$$\frac{d^4 \sigma(x)}{dx^4} + \frac{E_a}{t_a} \left(\frac{b}{E_p I_p} + D^* \right) \sigma(x) - \frac{E_a}{t_a} \left(\frac{b}{E_p I_p} \frac{t_p}{2} + B^* - D^* \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] \frac{d\tau(x)}{dx} \right) \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{b} D^* q = 0 \quad (47)$$

La solution générale de cette équation différentielle de quatrième ordre est :

$$\sigma(x) e^{-\delta x} [C_1 \cos(\delta x) + C_2 \sin(\delta x)] + e^{\delta x} [C_3 \cos(\delta x) + C_4 \sin(\delta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (48)$$

Pour des grandes valeurs de « x », il est supposé que les contraintes normales deviennent nulles, et par conséquent d'où la solution générale prendra la forme :

$$\sigma(x) = e^{-\delta x} [C_1 \cos(\delta x) + C_2 \sin(\delta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (49)$$

Où

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{E_a}{4t_a} \left(\frac{b}{E_p I_p} + D^* \right)} \quad (50)$$

$$n_1 = \frac{-b \frac{t_p}{2} - B^* E_p I_p + D^* E_p I_p \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right]}{D^* E_p I_p + b} \quad (51)$$

$$n_2 = \frac{D^* E_p I_p}{b(D^* E_p I_p + b)} \quad (52)$$

Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées en utilisant les conditions aux limites appropriées:

En substituant les équations (39) et (42) dans le deuxième dérivé de l'équation (38) on obtient :

$$\frac{d^2 \sigma(0)}{dx^2} = \frac{E_a}{t_a} \left(\frac{1}{b} B^* N_b(0) + \frac{1}{b} D^* M_b(0) - \frac{1}{E_p I_p} M_p(0) \right) \quad (53)$$

Dès que $M_p(0) = 0$, $N_b(0) = N_p(0) = 0$ et $M_b(0) = M_T(0)$ au bord de la plaque, la relation (53) s'écrit :

$$\frac{d^2 \sigma(0)}{dx^2} = \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{b} D^* M_b(0) \quad (54)$$

En substituant les équations (40) et (43) dans le troisième dérivé de l'équation (38) on obtient :

$$\frac{d^3 \sigma(0)}{dx^3} = \frac{E_a}{t_a} \left(\frac{1}{b} D^* V_b(0) - \frac{1}{E_p I_p} V_p(0) \right) - \frac{E_a}{t_a} \left(D^* \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] - \frac{b}{E_p I_p} \frac{t_p}{2} - B^* \right) \tau(0) \quad (55)$$

Dès que $V_p(0) = 0, V_b(0) = V_T(0)$ on obtient :

$$\frac{d^3\sigma(0)}{dx^3} = \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{b} D^* V_T(0) - n_3 \tau(0) \quad (56)$$

Où

$$n_3 = \frac{E_a}{t_a} \left(D^* \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] - \frac{b}{E_p I_p} \frac{t_p}{2} - B^* \right) \quad (57)$$

Le deuxième et le troisième dérivé de l'équation (49) s'écrivent :

$$\frac{d^2\sigma(0)}{dx^2} = -2\delta^2 C_2 - n_1 \frac{d^3\tau(0)}{dx^3} - n_2 \frac{d^2q}{dx^2} \quad (58)$$

Et

$$\frac{d^3\sigma(0)}{dx^3} = 2\delta^3 C_1 + 2\delta^3 C_2 - n_1 \frac{d^4\tau(0)}{dx^4} - n_2 \frac{d^3q}{dx^3} \quad (59)$$

Donc C_1 et C_2 s'écrivent :

$$C_1 = \frac{E_a}{2\delta^3 t_a b} [V_T(0) - \delta M_T(0)] D^* - \frac{n_3}{2\delta^3} \tau(0) + \frac{n_1}{2\delta^3} \left[\frac{d^4\tau(0)}{dx^4} + \delta \frac{d^3\tau(0)}{dx^3} \right] \quad (60)$$

$$C_2 = -\frac{E_a}{t_a} \frac{1}{2\delta^2} \frac{1}{b} D^* M_T(0) - \frac{n_1}{2\delta^2} \frac{d^3\tau(0)}{dx^3} \quad (61)$$

Les expressions des constantes C_1 et C_2 ci-dessus sont en terme de moment de flexion $M_T(0)$ et d'effort tranchant $V_T(0)$ au bord de la plaque de renforcement.

4 Résultats et discussions

Une poutre en FGM renforcée par une plaque en FRP est analysée. La poutre ayant une travée de 500 mm, est simplement appuyée et soumise à une charge uniformément répartie d'une valeur de 2 KN/m. La distance de l'appui au bord de la plaque de renforcement est de 50 mm.

Les caractéristiques géométriques et les propriétés des matériaux utilisés sont représentées au tableau 1 :

Table 1. Caractéristiques géométriques et propriétés des matériaux utilisés.

Matériaux	Module d'élasticité (MPa)	ν_{12}	Largeur (mm)	Hauteur (mm)
Plaque FRP	E=100000	0.3	$b_f = 20$	$t_f = 2$
Poutre en FGM	$E_{sup} = 200000$ $E_{inf} = 70000$	0.3	$b_b = 20$	$t_b = 30$
Couche d'adhésive	E= 2000	0.35	$b_a = 20$	$t_a = 2$

Les résultats obtenus par le modèle développée par Meradjah [10] ainsi que ceux de la présente méthode pour les contraintes de cisaillement et contraintes normales d'interface, sont illustrés à la figure 3.

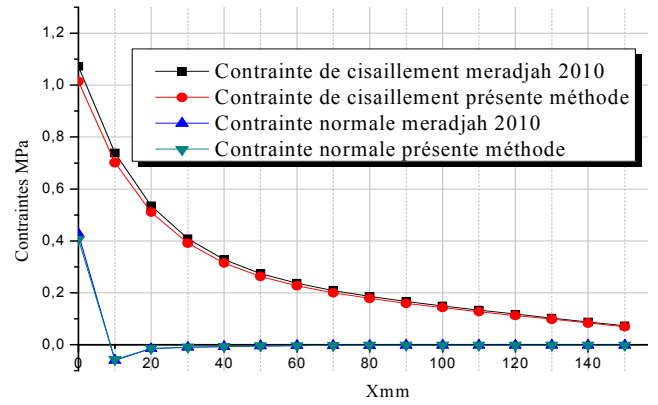


Fig. 3. Comparaison des contraintes d'interface pour une poutre FGM renforcée par une plaque FRP (charge uniformément répartie).

Les résultats obtenus et présentés laissent apparaître clairement, qu'une bonne concordance entre le présent modèle et celui de Meradjah [10] est observée.

4.1 Etude paramétrique

Au cours de ce paragraphe, nous présentons les résultats de la présente méthode afin d'étudier l'effet de divers paramètres sur la distribution des contraintes d'interface d'une poutre en FGM renforcée par une plaque en FRP. L'effet de la variation de degré d'homogénéité du matériau P-FGM est illustré dans la figures 4, les grandes valeurs de l'indice P correspond à un faible pourcentage de la quantité de céramique, autrement dit, l'augmentation de l'indice de loi de puissance P réduit la rigidité en raison de la grande quantité de métal par rapport à la quantité de céramique et par conséquent les contraintes d'interface augmentent.

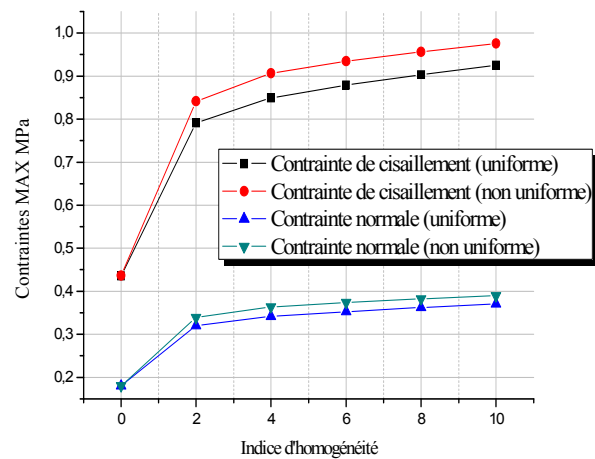


Fig. 4. L'effet de l'indice P (degré d'homogénéité) sur les contraintes normales et de cisaillements d'une poutre FGM renforcée par une plaque FRP.

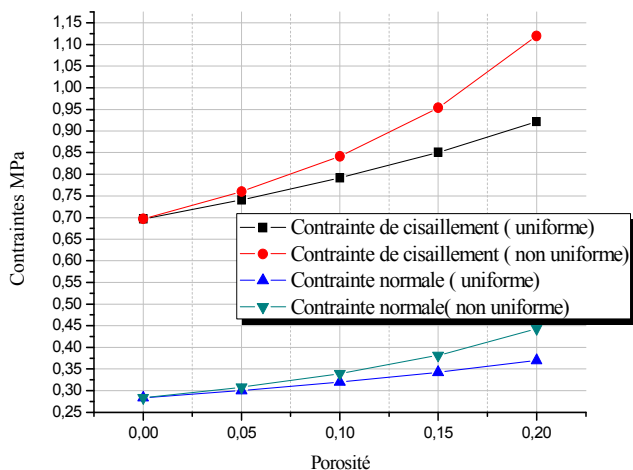


Fig. 5. Influence de la porosité dans la poutre sur les contraintes max pour une poutre en FGM sous charge uniforme renforcée par une plaque en FRP.

L'effet de pourcentage de vide dans la poutre sur la variation des contraintes d'interface est représenté sur la figure 5, la présence du vide dans la poutre affaiblit sa rigidité ce qui mène à une augmentation des contraintes d'interfaces.

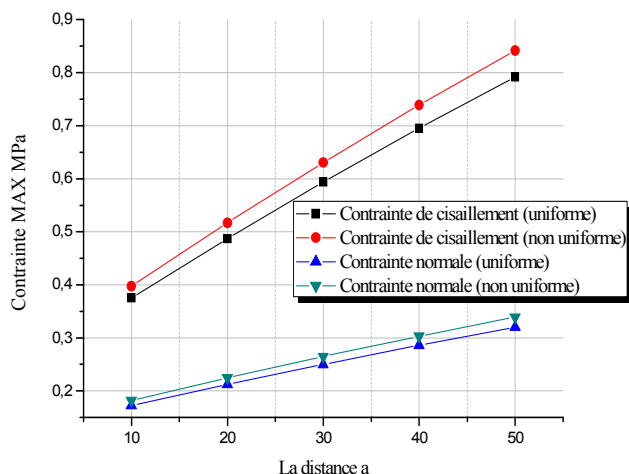


Fig. 6. Influence de la longueur « a » sur les contraintes normales et de cisaillement d'interface pour une poutre en FGM renforcée par une plaque FRP.

L'influence de la longueur non renforcée « a » (longueur entre le bord de la plaque et le support) sur les contraintes d'interface maximales est présentée sur la figure 6. Plus la longueur « a » augmente plus les contraintes d'interface maximales s'accroissent d'une façon significative, donc il est recommandé de prolonger la plaque de renforcement le plus possible aux appuis.

5 Conclusion

Le présent travail étudie la distribution des contraintes normales et de cisaillement au niveau de la colle d'une poutre en FGM renforcée par une plaque en composite FRP, l'élément important de la présente analyse est la prise en considération l'effet de la porosité dans la poutre FGM suivant deux type de distribution uniforme et non uniforme dans la direction de la hauteur, une étude

paramétrique a été faite pour étudier l'influence de certains paramètres sur les contraintes d'interface.

References

1. Jones R, Swamy RN, Charif A., Plate separation and anchorage of reinforced concrete beams strengthened by epoxy – bonded steel plates. *The Structural Engineer*, **66**(5/1): 85 – 94, (1988).
2. Etman E. E., Beeby A. W. Experimental program and analytical study of bond stress distributions on a composite plate bonded to a reinforced RC beam. *Cement and Concrete Composites*; **22**(4): 281 – 291,(2000).
3. Vilnary O., “The analysis of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates”. *Int. Journal Cement Compo and Light Weight Concrete*. **10** (2), 73-78, (1988).
4. Taljsten B., “Strengthening of beams by plate bonding”. *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, **9** (4), 206-212, (1997).
5. Malek M, Saadatmanesh H and Ehsani M.R., “Prediction of faillure load of RC beams streghened with FRP plate due to stress concentrartion at the plate end”. *ACI Structural Journal*, **95** (2), 142-152, (1998).
6. Smith S.Tand Teng J.G., “Interfacial stresses in plated RC beams”. *Engineering Structures*, **23** (7), 857-871, (2001).
7. Tounsi A., “Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate”. *International Journal of Solids and Sructures*, **43** (14-15), 4154-4174, (2006).
8. K. T. Lau, P. K. Dutta, L. M. Zhou and D. Hui, *Composites, Part B* **32** (6), 491 (2001).
9. Shen H.S, Teng J.G and Yang J., “Interfacial stresses in beams and slabs bonded with a thin plate”. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **127** (4), 399 – 406, (2001).
10. Meradjah M, Benyoucef S, Tounsi A ,El Abbas A B and Merdaci S, *Interfacial Stresses in Plated Beams with Exponentially-Varying Properties*, *Journal of Adhesion Science and Technology* **24** 1063–1081, (2010).