

Reliability-analysis on damage of unidirectional composites matrix polymers

M. A. Khat¹, R. Zenasni¹

¹Laboratoire de Modélisation Numérique et Expérimental des Phénomènes Mécanique Université de Mostaganem, Algérie
Email¹ : amineK@netcourrier.com

Abstract. This work presents an analytical model to predict the strength of the unidirectional carbon epoxy composite using micromechanical techniques. This model supposes that a group of broken fibres surrounded by a number of intact fibres with hexagonal arrangement. The mathematical developments used are presented to justify the distribution form of the stresses around broken fibre and adjacent intact fibres. To follow the evolution of the damage in regions of debonding and local plasticity; we proceeded to a progressive increase in the fiber volume fraction and tensile external load. This, procedure enable us to evaluate the extension of the region locally plasticized, the ineffective region, the stress concentration and the longitudinal displacement of broken and intact fibres, in function of broken fibres number and specimen length. As fiber breaks are intrinsically random, the variability of input data allows us to describe the probabilistic model by using the Monte-Carlo method. The sensitivities of the mechanical response are evaluated regarding the uncertainties in design variables such as Young's modulus of fibers and matrix, fiber reference strength, shear yield stress, fiber volume fraction and shear parameter defining the shear stress in the inelastic region.

1 Introduction

Le développement des modèles de résistance d'un composite est devenu de plus en plus complexe au cours des dernières années. Le plus simple de ces modèles est celui qui considère la résistance d'un groupe de fibres d'un composite. Ce type de modèle qui ignore la résistance de la résine, tendrait d'offrir une estimation très conservatrice de la résistance, néanmoins la contribution de la matrice dans la détermination de la résistance du composite est indispensable.

Le présent travail décrit un modèle analytique permettant de prévoir la résistance et la durabilité d'un composite unidirectionnel en carbone époxyde en utilisant des techniques micromécaniques [1,2]. Ce modèle suppose qu'un groupe de fibres cassées est entouré par un nombre de fibres intactes sous forme d'un arrangement hexagonal. Si la contrainte responsable de la cassure d'une fibre est suffisamment importante, elle peut être transmise à la fibre voisine adjacente par l'intermédiaire de la matrice, en créant tout d'abord une zone localement plastifiée puis une probable rupture.

Afin de prédire l'endommagement d'un composite unidirectionnel sous une charge appliquée avec des fibres cassées, Batdorf [3] a présenté une méthode analytique basée sur le principe de Weibull. Et par la suite des applications ont été effectuées afin d'évaluer l'effet des incertitudes géométriques et mécaniques sur l'évolution

de la longueur inefficace et la concentration des contraintes, en utilisant des simulations de Monte-Carlo.

2 Modèle de rupture longitudinale

Le modèle utilisé dans cette étude à pour estimation de la résistance d'un composite unidirectionnel donné par Gao et Reifsnider [4,5]. Ce modèle permet d'introduire la variation des caractéristiques mécaniques de la matrice et des fibres en fonction de la température et de l'humidité en vue de prédire la résistance d'un composite unidirectionnel.

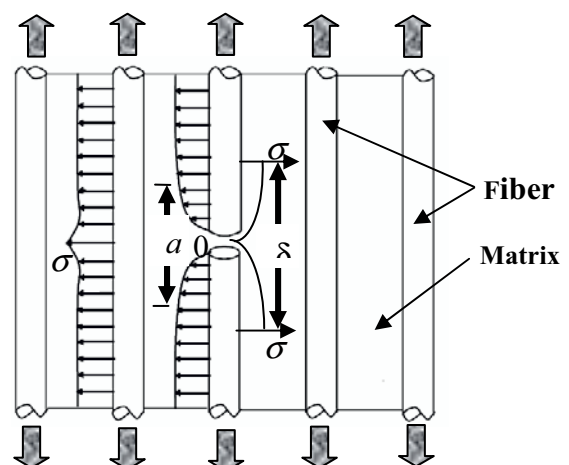


Fig.1. Fibre cassée de l'extension de la longueur inefficace.

La longueur inefficace est généralement définie comme étant la longueur comprise entre l'endroit de la rupture de la fibre jusqu'à la longueur pour laquelle la fibre regain à sa capacité de supporter le chargement complet.

Ce concept est illustré sur la figure 1, où σ_f dans la figure est la contrainte de la fibre et δ est la longueur inefficace.

3 Formulation du problème

Ce modèle suppose qu'il existe un noyau central de i fibres cassées qui sont entourées de fibres intactes exposées à des concentrations de contraintes dues aux fibres cassées [7]. Les fibres intactes sont à leur tour entourées d'un matériau homogène 'efficace' qui se déforme uniformément. On suppose encore que le noyau cassé peut être assimilé à un matériel homogène avec une section transversale circulaire dont le module de Young peut être obtenu par la règle de mélanges :

$$E = \frac{i A_f E_f + \left[i A_m - \pi (r_0^2 - (r_0 - d)^2) \right] E_m}{\pi (r_0 - d)^2} \quad (1)$$

Où A correspond à la surface, et E correspond au module et les propriétés substituées avec f se rapportent à des propriétés de fibre et les propriétés substituées avec m se rapportent à des propriétés de matrice.

La continuité de la contrainte de cisaillement est satisfaite à $x = a$ si:

$$\tau_0 = (U_0(a) - U_1(a)) \frac{G_m}{2d_1} \quad (2)$$

Comme il vient d'être cité auparavant, des endommagements locaux sont inclus dans le modèle par l'introduction d'une zone de décollement et de plasticité locale Figure (2), où la contrainte de cisaillement de la matrice et de l'interface est considérées comme constante pour la valeur $\eta\tau_0$. Les équations d'équilibre dans cette zone ($0 \leq x \leq a$) sont comme suite:

$$\begin{aligned} U_0(x) &= \frac{\eta\tau_0}{r_0 E_1} x^2 + C_0 \\ U_1(x) &= C_1 (e^{-\lambda x} - e^{-\lambda a}) + \frac{2r_0 \eta \tau_0}{(R_2^2 - r_0^2) E \lambda^2} (1 - e^{-\lambda x}) + \frac{\sigma_c}{E_c} x \end{aligned} \quad (3)$$

($0 \leq x \leq a$)

β est donné en fonction des modules de la géométrie, de la fibre et de la matrice. Cependant la distance a , elle représente la demi longueur de la zone de décollement localement plastifiée. Où C_0 et C_1 sont les constantes d'intégration, et E_1 est le module des fibres adjacentes intactes, R_2 est une quantité géométrique avec :

$$R_2 = r_0 + 2 r_f + d, \text{ et } \lambda = \frac{2R_2}{R_2^2 - r_0^2} \frac{G_m}{E} \frac{1}{2d}$$

De même, pour la région $a \leq x \leq \infty$ où aucun écoulement n'aura lieu à l'interface, les équations d'équilibre sont

$$\begin{aligned} U_0(x) &= C_3 e^{-\sqrt{\gamma_2} x} + C_4 e^{-\sqrt{\gamma_2} x} + \frac{\sigma_c}{E_c} x \\ U_1(x) &= C_3 (1 - \frac{\gamma_1}{\alpha}) e^{-\sqrt{\gamma_1} x} + C_4 (1 - \frac{\gamma_2}{\alpha}) e^{-\sqrt{\gamma_2} x} + \frac{\sigma_c}{E_c} x \end{aligned} \quad (4)$$

($a \leq x \leq \infty$)

Où γ_1 , γ_2 et α sont les quantités algébriques connues. Par l'application des conditions aux limites, on peut donc déterminer les constantes $C_1 - C_4$ ainsi que les déplacements $U_0(x)$ et $U_1(x)$.

4 Applications

Pour mettre en valeur l'étude théorique présentée aux paragraphes précédents, nous allons effectuer des applications sur un échantillon d'une plaque stratifiée en graphique époxyde. Les caractéristiques mécaniques et géométriques sont regroupées respectivement aux tableaux 1 et 2. Pour apprécier l'évolution de l'endommagement aux zones localement plastifiées, nous avons procédé à une augmentation progressive de la charge.

Table 1. Caractéristiques Mécaniques d'un échantillon en composite (Graphite/époxyde)

Module de Young de la fibre E_f	230 GPa
Module de Young de matrice E_m	4.25 GPa
Résistance de référence pour la fibre σ_0	3.05 GPa
Contrainte de cisaillement τ_0	25.75 MPa
Coefficient de Poisson de la matrice ν_{12m}	0.43
Fraction Volumique des fibres V_f	0.53
Paramètre de cisaillement η	1.0

Table 2. Caractéristiques Géométriques d'un échantillon en composite (Graphite/époxyde)

Longueur de l'échantillon L	120 mm
Longueur de référence l'échantillon L_0	20 mm
Largeur de l'échantillon W	12 mm
Epaisseur de l'échantillon t	08 mm
Rayon de la fibre r_f	0.035 mm
Nombre maximal de fibres cassées n_i	43

L'augmentation de la charge, nous a permis de quantifier l'extension de la zone localement plastifiée et la zone inefficace pour laquelle la fibre regain à sa capacité de supporter le chargement complet et cela en fonction du nombre de fibres cassées.

Finalement, nous allons déterminer l'évolution du déplacement longitudinal des fibres cassées et intactes en fonction de la longueur de l'échantillon.

4.1 Validation du modèle

La validation de notre modèle est effectuée par comparaison avec la méthode d'analyse de Foster [8] pour un arrangement carré de fibres cassées unidirectionnelles. La figure 2 montre que pour les deux méthodes, la concentration de contrainte augmente en fonction du nombre de fibres cassées. La différence maximale entre les deux courbes est inférieure à 5%. Cette différence est due au choix de l'arrangement des fibres qui est hexagonal dans notre modèle. Nous pouvons conclure que nos résultats sont en bon accord avec ceux donnés par Foster [8].

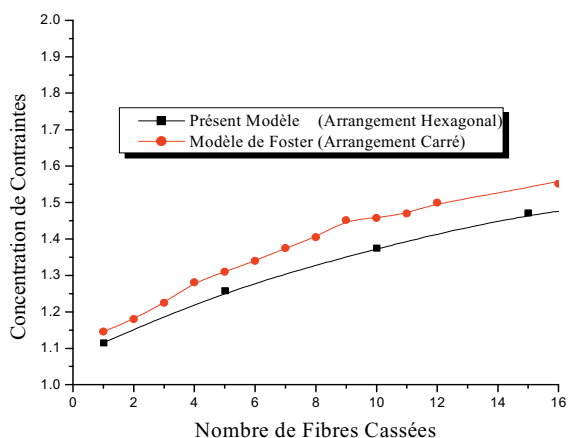


Fig.2. Concentration de contraintes en fonction du nombre de fibres cassées, validée avec les résultats de Foster [8].

4.2 Analyse Mécanique

Une analyse du processus de la rupture longitudinale incluant les interactions micromécaniques entre les fibres et la matrice est effectuée. Puisque la contrainte responsable de la cassure d'une fibre est suffisamment importante, elle peut être transmise à la fibre voisine adjacente par l'intermédiaire de la matrice, en créant tout d'abord une zone localement plastifiée puis une probable rupture.

La figure 3 illustre l'évolution de la zone plastique a de la matrice en fonction du nombre de fibres cassées pour une contrainte extérieure croissante avec un pas de 0.2. Il est évident que la zone localement plastifiée devient plus importante en fonction du nombre de fibres cassées, où elle passe pour une contrainte extérieure $\sigma = 0.2\sigma_0$ de $9.4042 \cdot 10^{-3}$ mm d'une fibre cassée à 0.138 mm de quarante trois fibres cassées.

L'augmentation de la contrainte de traction appliquée prévoit aussi un déplacement important dans cette zone qui passe pour $n_1 = 43$ de 0.138 mm pour $\sigma = 0.2\sigma_0$ à 0.9698 mm pour $\sigma = \sigma_0$.

Donc, nous pouvons dire que l'extension de la zone localement plastifiée a dépend essentiellement du nombre de fibres cassées et du chargement appliqué. Après avoir déterminé la grandeur de la zone localement plastifiée, de

la longueur inefficace on peut déterminer le facteur de concentration de contraintes.

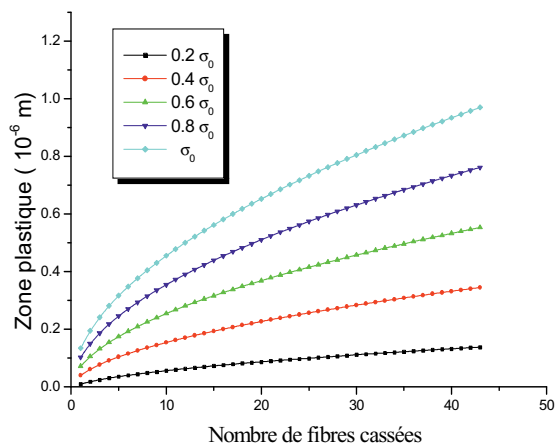


Fig.3. Evolution de la zone plastique « a » de la matrice en fonction du nombre de fibres cassées pour une contrainte extérieure croissante avec un pas de 0.2.

Ce facteur est d'une grande importance parce qu'il nous offre le rapport entre la contrainte déterminée au point de rupture des fibres et la contrainte extérieure appliquée.

Dans ce contexte, nous avons présenté à la figure 4.

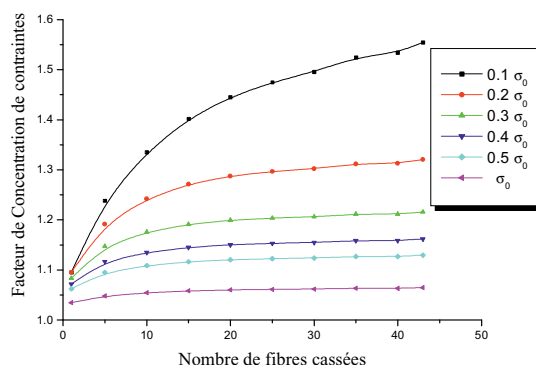


Fig.4. Evolution du facteur de concentration de contraintes en fonction du nombre de fibres cassées pour une contrainte extérieure croissante

Cette figure illustre la variation du facteur de concentration de contraintes en fonction du nombre de fibres cassées pour une contrainte extérieure croissante, à l'endroit de rupture des fibres. On peut clairement voir que ce facteur augmente progressivement en fonction du nombre fibres casses. Par contre, il décroît en fonction de la contrainte extérieure appliquée. Le facteur de concentration de contraintes maximal est localisé à $\sigma = 0.1\sigma_0$ pour 43 fibres cassées ($C_{max} = 1.554$). Tandis que la valeur minimale de ce facteur ($C_{min} = 1.034$) est obtenue pour une fibre cassée sous une contrainte extérieure maximale $\sigma = \sigma_0$.

5. Analyse Probabiliste

La figure 5 montre les distributions de probabilité de la longueur inefficace pour les conditions environnementales d'une température de 120° et un taux de concentration d'humidité de 100%. Les différents histogrammes sont obtenus en utilisant des simulations Monte-Carlo, en se servant des mêmes incertaines sur les variables d'entrée. L'observation pour T=120°C et C=100% montre que la répartition des histogrammes sont clairement dissymétrique avec les queues étendues vers le coté droit. Afin de s'adapter à ces histogrammes avec des fonctions de probabilité théorique, les distributions normales et log-normales sont considérées. Une comparaison graphique entre ces pdf montre que la distribution log-normale correspond le mieux aux histogrammes.

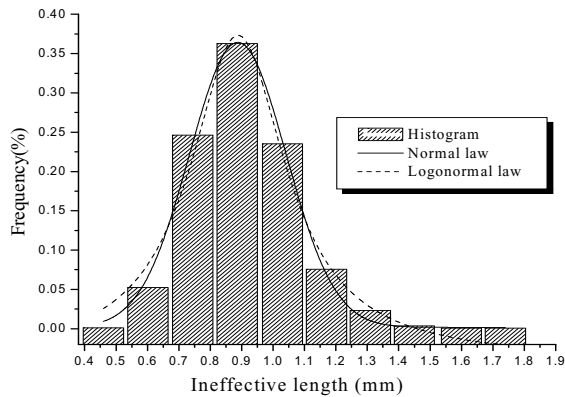


Fig.5. Histogrammes de la longueur inefficace avec des distributions normale et log-normale. Pour T=120°C, C=100%

6. CONCLUSION

De la présente étude, nous pouvons dire que l'endommagement des composites unidirectionnels dépend essentiellement de l'arrangement, de la disposition et de la fraction volumique des fibres à l'intérieur de la matrice ainsi que les conditions environnementales. La transmission de la contrainte d'une fibre à l'autre passe par la matrice suite à la présence des contraintes de cisaillement aux interfaces. La détermination du facteur de la concentration de contrainte, nous a permis d'avoir une idée plus claire sur l'évolution de la rupture des fibres et la probabilité d'endommagement des fibres voisines adjacentes. On a constaté aussi que le voisinage de l'endroit de rupture est caractérisé par une zone localement plastifiée qui deviendra élastique en éloignant de cette zone. Finalement, nous pouvons dire que la présente approche est considérée parmi les méthodes les plus commodes en calculant la résistance d'un composite unidirectionnel pour une durée de vie requise sous l'effet des conditions de services externes.

References

1. Landis, C. M., Beyerlein, I. J., McMeeking, R. M. "Micromechanical Simulation of the Failure of Fiber Reinforced Composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, 2000, pp. 621-648.
2. Curtin, W. A., Takeda, N. "Tensile Strength of Fiber-Reinforced Composites: I. Model and Effects of Local Fiber Geometry," *Journal of Composite Materials*, Vol. 32, No. 22, 1998, pp.2042-2059.
3. Batdorf, S. B. "Tensile strength of unidirectional reinforced composites—I," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 1, 1982, pp. 153-167.
4. Reifsnider, K.L. and Case, S.W., "Damage Tolerance and Durability of Composite Materials", John Wiley & Sons, Inc., New York (2002), p.241.
5. Gao, Z., Reifsnider, K. L. "Micromechanics of Tensile Strength in Composite Systems," *Composite Materials: Fatigue and Fracture, Fourth Volume, ASTM STP 1156*, 1993, pp.453-470
6. Koichi Goda, "A strength reliability model by Markov process of unidirectional composites with fibers placed in hexagonal arrays", *International Journal of Solids and Structures* 40 (2003)6813 – 6837.
7. Tsai, S. W., Hahn, H. T. *Introduction to Composite Materials*, Technomic Publishing Company, Inc., 1980.
8. Foster G. C., *Tensile and Flexure Strength of Unidirectional Fiber-Reinforced Composites: Direct Numerical Simulations and Analytic Models*, Master of Science in Engineering Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.